

法截面子午线椭球工程应用研究

本研究项目针对现有的地图投影理论无法解决长大线路工程投影变形限制带来的投影分带过窄、分带频繁、信息要素表达零散不足系列技术难题立项研究。按照“法截面子午线椭球高斯投影”、“法截面子午线椭球数学模型及三维可视化”、“法截面子午线椭球工程应用研究”三个阶段开展研究，提出了一套系统化、体系化、实用化的理论方法与技术方案。基本思想是构建一个新椭球，使得中央子午线的方向与线路延伸方向基本一致，即中央子午线由南北向的子午圈上转到非南北向的任意法截线上，长条形状的测区纵向集中在中央子午线附近，沿线路中线延伸方向的投影变形接近于零，而距法截线最远的点其垂直线路方向的横向距离亦不很大，按照高斯投影理论，可以有效地控制高斯投影变形，而且在相当长的纵向范围内，可避免频繁换带。创新了大地测量学中椭球几何理论，丰富了投影变形的理论与方法，形成了长大线路工程投影变形控制理论与技术体系。本研究项目的理论与方法创新包括：

(1) 首次提出“法截面椭圆”概念，给出椭圆几何要素的计算公式；构建“法截面子午线椭球”；发现“E4E0 交线环”现象。

(2) 首次提出“法截面子午线椭球高斯投影”方法；首次提出“五步法”、“两步法”坐标转换模型。

(3) 首次提出法截面子午线椭球扩展变换理论。

(4) 结合自动控制理论，提出投影变形控制理论的概念与基本内容，将投影变形控制理论体系化、实用化。

依托本研究项目，出版专著 3 部，发表论文 10 余篇。获得 1 项国家发明专利、1 项国家软件著作权、1 项外观专利。研究成果解决了高速铁路等长大线路工程投影变形难题，提高了勘测设计精度，保证资料准确性，缩短周期，大幅度提高工作效率。特别适合艰险复杂山区、高海拔地区、任意方向的长大线路工程建立工程独立坐标系，控制长度投影变形，减少投影分带的数量。在中国区域内使得单个坐标系的线路延伸长度达到 1000km 以上，最长可达 7000km。本研究项目成果在银西高铁、尼日利亚铁路等国内外 10 多个工程项目进行实践应用，技术、经济、社会效益显著。研究成果可在高速铁路、公路、输油管线、电力线路、水运航海等项目中推广使用，应用前景广阔，经济社会效益巨大。

本项目研究具有创新性，相当部分成果具有原创性。研究成果在解决高速铁路等长大线路工程中投影变形问题上属于国内首创，达到国际先进水平。

” ” 1. 立项背景

(1) 国内外相关科技状况

德国高速铁路采用 MKS 定义的特殊技术平面坐标系统。MKS 可根据需要把地球表面正形投影到设计和计算平面上，发生的（不可避免的）长度变形限定在 10mm/km 的数量级上。博格公司要求基础控制网平面相对精度为 1/100000。在满足边长投影长度变形值不大于 10mm/km 的条件下，CPIII 观测距离不需进行投影改化进行平差计算就可满足 CPIII 控制网的精度要求。如果投影变形值超过 10mm/km，CP

III观测距离不进行投影改化就很难满足 CPIII控制网的精度要求。

对于个别地段投影长度的变形值大于 10 mm/km 的情形，则在施工过程中需进行高斯投影和高程投影改化，使坐标反算值与测量值的互差值不大于 10 mm/km。

(2) 主要技术经济指标

针对于长大线状工程，可以有效克服投影分带过窄、分带频繁、信息要素表达零散的不足，在中国区域内使得单个坐标系的线路延伸长度达到 1000km 以上，最长可达 7000km。法截面子午线椭球空间几何理论其工程实践研究成果具有创新性，相当部分成果具有原创性。研究成果在解决长大线路工程中投影变形问题上属于国内首创，达到国际先进水平。

(3) 尚待解决的问题

- 1) 需要进一步研究多个法截面子午线椭球之间的衔接关系。
- 2) 需要深入研究投影长度变形的控制参数等技术条件，达到控制指标精细化，投影长度变形最小化的效果。
- 3) 需要深入研究法截面子午线椭球微分几何曲面理论。
- 4) 需要拓展法截面子午线椭球理论及方法在相关行业中的应用。

(4) 立项目的

本研究项目是为了满足铁路行业规范对投影变形的限制，解决长大线路工程坐标系统的投影长度变形、开展工程独立坐标系设计等进行研究的。

2. 科技含量：

(1) 总体思路

构建一个新椭球，使得中央子午线的方向与线路延伸方向基本一致，即中央子午线由南北向的子午圈上转到非南北向的任意法截线上，长条形状的测区纵向集中在中央子午线附近，沿线路中线延伸方向的投影变形接近于零，而距法截线最远的点其垂直线路方向的横向距离亦不很大，按照高斯投影理论，可以有效地控制高斯投影变形，而且在相当长的纵向范围内，可避免频繁换带。创新了大地测量学中椭球几何理论，丰富了投影变形的理论与方法，形成了长大线路工程投影变形控制理论与技术体系。

(2) 技术方案与创新成果：

1) 技术方案

本研究项目先后经过了三个阶段的研究，即“法截面子午线椭球高斯投影”、“法截面子午线椭球数学模型及三维可视化”、“法截面子午线椭球工程应用研究”。高斯投影+空间几何+工程应用三个部分相互关联，逻辑上自成体系，形成了法截面子午线椭球理论与工程应用的逻辑框架。

a) 逻辑起点：法截面与椭球面的交线形成法截面椭圆进而构建法截面子午线椭球；

b) 逻辑结构：法截面子午线椭球高斯投影、空间几何和工程应用；

c) 逻辑结果：减少投影分带数量并控制长度投影变形。

本研究项目采用理论与计算机编程实现相结合的研究方法，先进

行理论研究和数学公式推导，再进行计算机编程实现三维可视化，以验证理论的正确性。基础理论包括大地测量学、微分几何、解析几何、矩阵分析等测量和数学理论，本书的数值计算、公式、图、表分别采用 Mathematica 计算机代数系统、Mathtype 公式排版软件、Mathematica 计算机绘图软件、MicrosoftOffice 等软件工具处理。

本研究项目更着重于理论研究、数学公式推导和三维可视化。相关的研究成果具有创新性，相当部分成果具有原创性。就内容而言基本上无此研究方向的基础参考资料，研究课题具有挑战性，研究过程充满了不确定性、未知性、新奇性，往往是各个发现点之间交叉进行公式推导、编程、图形观察。研究成果均是在绘制空间几何图形的基础上，探索采用不同参数或同一参数取不同数值时几何实体要素在空间关系上的变化。

2) 创新成果

a) 发展了一套关于法截面子午线椭球几何理论的数学方法与技术，即只要确定了平面方程系数和椭球几何参数，就可以给出法截面椭圆的中心点坐标、长短半径、偏心率、参数方程。

b) 发现了大量关于法截面、法截面子午线椭球的新现象、定理和性质，这些现象、定理和性质丰富和发展了椭球大地测量学、椭球空间几何的内容。

c) 发现了大量椭球空间几何的规律、现象、性质、公式。研究成果中大部分规律、性质、公式具有原创性。

d) 深入研究了法截面及其依托椭球的空间位置关系所蕴含的几

何性质，推导了大量公式，绘制了相应的三维图形。这些几何性质、公式、图形揭示了法截面椭圆、法截面子午线椭球的内在规律性。对于椭球大地测量学、地图科学在研究内容方面有进一步的拓宽，在研究深度方面有纵身上的扩展。逻辑上自成体系，形成了法截面子午线椭球高斯投影理论、空间几何理论的基本框架。

3) 实施效果

研究成果解决了高速铁路等长大线路工程投影变形难题，提高了长大线路工程勘测设计精度，可有效保证勘测设计资料准确性，缩短勘测设计周期，大幅度提高工作效率。特别适合艰险复杂山区、高海拔地区、任意方向的长大线路工程建立工程独立坐标系，控制长度投影变形，减少投影分带的数量。在中国区域内使得单个坐标系的线路延伸长度达到 1000km 以上，最长可达 7000km。本研究成果在银西高铁、尼日利亚铁路等国内外 10 多个工程项目进行实践应用，技术效益、经济效益、社会效益十分显著。研究成果可在长大线路工程（高速铁路、公路、输油管线、电力线路、水运航海）等项目中推广使用，应用前景非常广阔，经济社会效益巨大。

3. 创新点：

创新点一：首次提出了“法截面椭圆”概念，给出了椭圆几何要素的计算公式；构建了“法截面子午线椭球”；发现了“E4E0 交线环”现象。

(1) 首次提出了“法截面椭圆”概念，给出了椭圆几何要素的计算公式。运用解析几何理论的不变量解特征方程(特征值，特征向

量), 证明法截线(法截面与椭球面的交线)为椭圆, 可命名为“法截面椭圆”或“法截弧椭圆”, 并给出了椭圆几何要素的计算公式。

(2) 构建了“法截面子午线椭球”。以椭圆中心为椭球中心、以椭圆长半径为长半轴构建旋转椭球面, 可命名为“法截面子午线椭球”。以过基准点的法截线为中央子午线. 以法截线椭圆的中心为原点, 法截线椭圆的短轴为 z 轴。法截线椭圆的长轴为 x 轴。以法截线椭圆面的法线方向且过原点的方向为 y 轴, 构成右手坐标系。绕法截线椭圆的短轴进行旋转, 构成旋转椭球面, 命名为“法截面子午线椭球 E4”。

(3) 发现了“E4E0 交线环”现象。通过绕法截面椭圆短轴、E0 椭球短轴旋转不同经度的各个子午面与 E4 椭球面、E0 椭球面交线, 沿法截面椭圆上的点作垂直于或不垂直于法截面的切面与 E4 椭球面、E0 椭球面交线等研究, 发现了“E4E0 交线环”现象。

(4) 新定义了 E4 椭球空间几何实体元素。如法赤点、法轴点、对径点; 弦赤点、弦轴点; 法弦线、弦径线; 子赤线等; 给出了上述几何实体元素之间空间位置关系的数学公式。

创新点二: 首次提出了“法截面子午线椭球高斯投影”方法; 首次提出了“五步法”、“两步法”坐标转换模型。

(1) 提出了“法截面子午线椭球高斯投影”方法。提出一种新的建立工程独立坐标系统的方法, 以位置基准点所在的法截面与椭球面的交线(法截弧或法截线)作为中央子午线, 并以该中央子午线为基准进行与高斯投影一致的投影方法。

(2) 首次提出了“五步法”、“两步法”坐标转换模型。可以

实现从原椭球面的参心空间直角坐标“正向”、“逆向”转换到法截面子午线椭球面的参心空间直角坐标。给出了 E4 椭球和 E0 椭球的“两步法”相互转换关系。并基于此结果推导出特征点空间直角坐标，E4 椭球中央子午线上点的大地经纬度公式。

(3) 研究了 E4 椭球面与不同半径圆球面的相互位置关系, 研究了极点 H 正反向法截弧的相互关系, 法截弧大地主题正解与反解的数值模型。

(4) 研究了法截面椭圆中心点、长半径和短半径端点的移动轨迹及采用子午线弧长法、圆弧长度估计法、纬度余角估计法、直线长度估计法、极点环估计法五种方法分析子午线弧长余量。

(5) 给出了子午线弧长余量图示表格的图形化表达技术。给出了 E4 椭球用于长大线路投影变形控制的空间可视化技术与典型案例模型。

创新点三：首次提出了法截面子午线椭球扩展变换理论，即 E4 椭球面与 E1、E2、E3 椭球面的结合理论。

创新点四：结合自动控制理论，提出投影变形控制理论的概念与基本内容，将投影变形控制理论体系化、实用化。

4. 保密方面：

无需保密技术内容。

5. 国际比较：

目前国内外相关研究资料还比较少，就内容而言基本上无此研究方向的基础参考资料，研究课题具有挑战性，研究过程充满了不确定

性、未知性、新奇性。该项目成果解决了高速铁路等长大线路工程建设面临的工程测量投影分带过窄、分带频繁、信息要素表达零散不足系列技术难题，相关成果报告经甘肃省科学技术情报研究院、甘肃省科技查新检索咨询中心等国家科技咨询机构进行国内外查新。

“法截面子午线椭球工程应用研究”查新报告（2013年7月26日），报告编号：20136200527。查新报告指出：本查新项目定义了E4椭球空间几何实体元素的一些概念，给出了几何实体元素之间空间位置关系的数学公式；研究了极点H正反向法截弧的相互关系，法截弧大地主题正解与反解的数值模型；给出了子午线弧长余量图示表格的图形化表达技术；给出了E4椭球用于长大线路投影变形控制的空间可视化技术与典型案例模型。上述研究，国内未见相同文献报道。” ”

（1）技术应用概述

本项目已经成功在新建库尔勒至格尔木（格尔木至茫崖段）铁路、银川至西安铁路、兰州至合作铁路、青藏铁路、尼日利亚现代化铁路等国内外10多条铁路以及G309线、G109线、G312线兰州绕城公路改建工程项目中进行了应用。在兰州、银川、包头、乌鲁木齐、呼和浩特等十多个城市开展城市现代测绘基准建设与基于CGCS 2000坐标系建立城市独立坐标系过程中也进行了拓展应用。目前正在川藏线、滇藏线等项目中进行实践应用。本研究成果特别适合东西向、非南北向的长大线路工程建立工程独立坐标系，控制长度投影变形，减少投影分带的数量。

（2）应用单位评价

新建库尔勒至格尔木铁路、银西铁路评价意见：“法截面子午线椭球高斯投影”方法可以有效控制长大线路的高斯长度投影变形，并可以大大减少投影分带的数量。法截面子午线椭球面扩展变换理论，同时解决长大线路工程的高斯投影变形和高程归化变形两方面问题，使得投影长度变形最小化。研究成果有较强的推广应用价值。

中铁第一勘察设计院集团有限公司评价意见：科研项目建立的“五步法”数学模型，实现了从基础椭球的参心空间直角坐标“正向”、“逆向”转换到所定义的“法截面子午线椭球”参心空间直角坐标，转换方法简便，数据计算正确。研究成果在我院承担的库格线、银西线等实际工程中得到了验证，效果良好，对长大铁路、超长桥隧工程的勘测设计和施工测量具有推广应用价值。

兰州铁道设计院有限公司评价意见：“法截面子午线椭球高斯投影方法”使得中央子午线的方向与线路延伸方向基本一致，即中央子午线由南北向的子午圈上转到非南非北向的任意法截线上，长条形状的测区纵向集中在中央子午线附近，沿线路中线延伸方向的投影变形接近于零，而距法截线最远的点其垂直线路方向的横向距离亦不很大，可有效控制长大线路的高斯长度投影变形，大大减少投影分带的数量。法截面子午线椭球面扩展变换理论，同时解决长大线路工程的高斯投影变形和高程归化变形两方面的问题，使投影长度变形最小化。研究成果有较强的推广应用价值。

甘肃省测绘工程院评价意见：“法截面子午线椭球高斯投影方法”能有效控制高斯投影长度变形，减少分带数量。法截面子午线椭球面

扩展变换理论，解决了长距离、高海拔环城高速公路独立坐标系建立中高斯投影和高程面投影变形两方面的问题，使得投影长度综合变形最小，为我单位类似 10 余个项目的开展提供了借鉴和指导，研究成果有较强的推广应用价值。

自然资源部大地测量数据处理中心评价意见：我单位自 2010 年以来，在兰州、银川、包头、乌鲁木齐、呼和浩特等十多个城市开展城市现代测绘基准建设与基于 CGCS 2000 坐标系建立城市独立坐标系过程中使用了法截面子午线椭球高斯投影、法截面子午线空间几何理论创新性的研究成果，确保了项目质量与精度要求，提高了工作效率，取得了良好的技术、经济、社会效益，该项目成果将对以后类似项目的完成提供技术指导。

研究成果可在长大线路工程（高速铁路、公路、输油管线、电力线路、水运航海）等项目中推广使用，应用前景非常广阔，经济社会效益巨大。

” ” 成果的推广应用，可以较好地解决投影变形问题，提高勘测设计的精度，保证资料的准确性，缩短作业周期，减少现场出错的几率，提高工作效率，创造间接经济效益。研究成果补充了椭球几何理论，丰富了地图投影的理论与方法、创新地解决了长大线路高斯投影长度变形影响测量精度和频繁换带技术难题。本项目研究成果可在长大线路工程（高速铁路、公路、输油管线、电力线路）等项目中推广使用，应用前景广阔，社会效益巨大。

” ” 本研究项目解决了高速铁路等长大线路工程建设面临的工

程测量投影分带过窄、分带频繁、信息要素表达零散不足系列技术难题，创新了大地测量学中椭球几何理论，丰富了投影变形的理论与方法，形成了长大线路工程投影变形控制理论与技术体系：（1）首次提出了“法截面椭圆”概念；构建了“法截面子午线椭球”；发现了“E4E0交线环”现象。（2）首次提出了“法截面子午线椭球高斯投影”方法；首次提出了“五步法”、“两步法”坐标转换模型。（3）首次提出了法截面子午线椭球扩展变换理论，即 E4 椭球面与 E1、E2、E3 椭球面的结合理论。（4）结合自动控制理论，提出投影变形控制理论的概念与基本内容，将投影变形控制理论体系化、实用化。在中国区域内使得单个坐标系的线路延伸长度达到 1000km 以上，最长可达 7000km。

本研究项目成果在银西高铁、尼日利亚铁路等国内外多条铁路取得实践应用。研究成果可在长大线路工程（高速铁路、公路、输油管线、电力线路、水运航海）等项目中推广使用，应用前景非常广阔，经济社会效益巨大。

法截面子午线椭球高斯投影、空间几何、工程应用理论与技术具有创新性，相当部分成果具有原创性。研究成果在解决高速铁路等长大线路工程中投影变形问题上属于国内首创，达到国际先进水平。

推荐该项目为中国地理信息产业协会科技进步一等奖。”